REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION

EXAMEN DU BACCALAUREAT
SESSION DE JUIN 2011

SESSION PRINCIPALE

SECTION : ECONOMIE ET GESTION

EPREUVE : MATHEMATIQUES **DUREE : 2 heures** **COEFFICIENT : 2**

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4

Exercice 1 (4,5 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 0,75 point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) L'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x+5}\right)$ est

a) $]0,+\infty]$ b) $]-5,+\infty[$ c) $]-\infty,-5[$

2) Soit la fonction g définie sur IR par $g(x) = \ln(x^2 + 5x + 10)$

Sa fonction dérivée g' a pour expression

a) $g'(x) = (2x+5)\ln(x^2+5x+10)$ b) $g'(x) = \frac{1}{x^2+5x+10}$ c) $g'(x) = \frac{2x+5}{x^2+5x+10}$

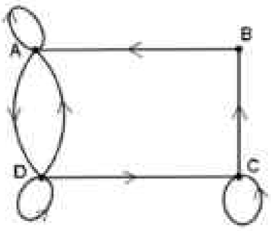
3) La matrice associée au système $\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ 3x - y + 2z = 2 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$ est

a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

4) La matrice inverse de $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ est

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

5) La matrice associée au graphe ci-contre est



a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

6) Une série statistique est donnée par le tableau ci-dessous :

Valeur x_i du caractère	0	1	2	3	4
Effectif n_i correspondant	4	8	10	18	25

La moyenne de cette série est égale à

a) 2,8 b) 3,9 c) 1,4

Exercice 2 (4,5 points)

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

1) a) Montrer que A est inversible.

b) Calculer la matrice $M = 2I_3 - A$ où $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) Calculer AxM et en déduire la matrice inverse de A.

2) Soit le système (S) : $\begin{cases} 2x + 2y + z = 5 \\ -x - y - z = -2 \\ x + 2y + 2z = 3 \end{cases}$

a) Donnez l'écriture matricielle du système (S).

b) Résoudre alors le système (S).

Exercice 3 (5,5 points)

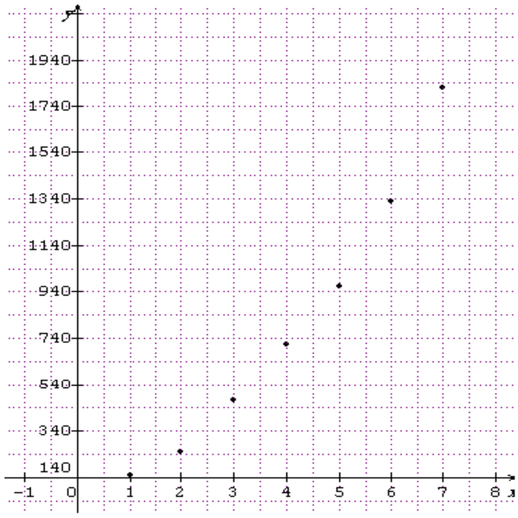
Le tableau ci-dessous donne l’évolution de la dépense annuelle moyenne par personne, exprimée en dinars, tous les cinq ans entre 1970 et 2005.

Période	[1970,1975[	[1975,1980[	[1980,1985[	[1985,1990[	[1990,1995[	[1995,2000[	[2000,2005[
Rang de la période x	1	2	3	4	5	6	7
Dépense moyenne y des dépenses en dinars	147	248	471	716	966	1329	1820

(Source INS)

Le nuage de points ci-contre associé à la série statistique (x, y) dans un repère orthogonal du plan suggère un ajustement exponentiel.

On pose $z = \ln y$.



1) a) Copier et compléter le tableau suivant de la série statistique (x, z).

x	1	2	3	4	5	6	7
z = ln(y)					6,87		

(On donnera les valeurs arrondies au centième près)

b) Déterminer les moyennes $\overline{x}$ et $\overline{z}$ respectives de x et z.

c) Construire dans un repère orthogonal le nuage de points associé à la série (x, z) et placer le point moyen $G(\overline{x}, \overline{z})$.

d) Donner une équation de la droite de régression linéaire (D) de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés. (les coefficients a et b de cette droite seront arrondis au centième)

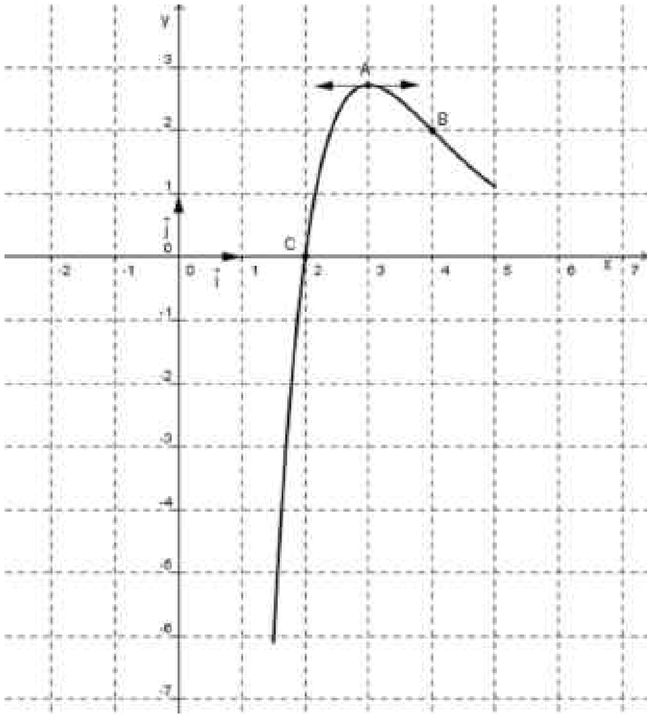
2) a) Vérifier que $y = \alpha e^{\beta x}$ avec $\alpha \approx 114{,}43$ et $\beta \approx 0.42$

b) Déterminer une estimation de la dépense moyenne, exprimée en dinars, par personne et par an pendant la période [2010, 2015[.

Exercice 4 (5,5 points)

Une entreprise de fabrication de produits pharmaceutiques vend chaque journée un article en quantité x exprimée en centaines. Pour des raisons techniques et commerciales, le nombre d'unités fabriquées et vendues de cet article est compris entre 150 et 500 (x est donc compris entre 1,5 et 5).

$(o,\vec{i},\vec{j})$ est un repère orthonormé du plan. Le graphique ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $[1,5\ ;\ 5]$ qui modélise le solde journalier (bénéfice ou perte), en milliers de dinars, réalisé par cette entreprise.



La courbe de f passe par les points A(3, e), B(4 , 2) et C(2 , 0).

1) Utiliser le graphique ci-dessus pour déterminer :
   a) Le solde journalier réalisé sur la vente de 400 unités.
   b) La quantité journalière fabriquée et vendue pour réaliser un bénéfice maximum.
   c) La quantité journalière fabriquée et vendue à partir de laquelle l'entreprise ne vend pas à perte.

2) On suppose, dans la suite, que pour tout réel x de l'intervalle $[1,5\ ;5]$

$$f(x) = (a\,x+b)\,e^{-x+4} \text{ où a et b sont deux réels.}$$

   a) Justifier que les réels a et b vérifient le système $\begin{cases} 4a+b=2 \\ 2a+b=0 \end{cases}$
   b) Déterminer alors a et b.
   c) Prouver que le solde moyen en milliers de dinars, réalisé en une journée est : $S_m=\frac{2}{7}(\frac{1}{2}e^{\frac{5}{2}}-\frac{4}{e})$

   et en donner une valeur approchée à 10^{-3} près.