

|  |  |                            |                        |
|--|--|----------------------------|------------------------|
| REPUBLIQUE TUNISIENNE<br>◆◆◆<br>MINISTERE DE L'EDUCATION | <b>EXAMEN DU BACCALAUREAT</b><br><b>SESSION DE JUIN 2012</b> |                            |                        |
|  | Epreuve : <b>MATHEMATIQUES</b>                               | Durée : <b>2h</b>          | Coefficient : <b>2</b> |
| <b>SECTION : Économie et Gestion</b>                     |  | <b>SESSION DE CONTRÔLE</b> |                        |

Le sujet comporte 04 pages

**Exercice 1 : (4 points)**

*Pour chacune des questions suivantes une seule des réponses proposées est exacte.*

*Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.*

*Une réponse correcte vaut 0,5 point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut zéro point.*

1) Le nombre  $-3$  est solution de l'équation :

- a)  $\ln(-x) = -\ln 3$       b)  $\ln(e^x) = -3$       c)  $e^{\ln(-x)} = -3$

2)  $\ln(\sqrt{5}-2) + \ln(\sqrt{5}+2)$  est égale à :

- a)  $\ln 9$       b)  $2\ln 5$       c)  $0$

3) Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$ . Dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  on désigne par  $(C)$  sa courbe représentative et par  $(C')$  celle de  $(-f)$ .

Les courbes  $(C)$  et  $(C')$  sont symétriques par rapport à :

- a) L'origine du repère      b) L'axe des ordonnées      c) l'axe des abscisses

4) Si  $F$  et  $G$  sont deux primitives d'une même fonction définie sur  $\mathbb{R}$  telles que  $F(0) = -1$  et  $G(0) = 1$ , alors :

- a)  $F(1) = G(1)$       b)  $F(1) < G(1)$       c)  $F(1) > G(1)$

5) On lance deux fois de suite un dé cubique parfait dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

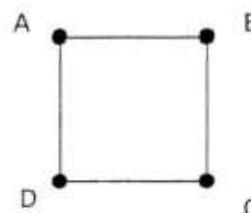
La probabilité d'obtenir deux nombres pairs est égale à :

- a)  $\frac{1}{4}$       b)  $\frac{1}{2}$       c)  $\frac{3}{4}$

6) Une urne contient 5 boules blanches et 3 boules noires. On tire une à une et avec remise deux boules de l'urne. La probabilité d'obtenir deux boules noires est égale à :

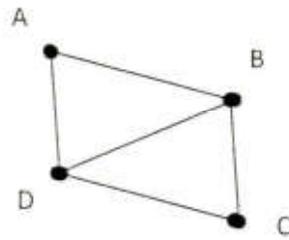
- a)  $\frac{25}{64}$       b)  $\frac{9}{64}$       c)  $\frac{3}{28}$

7) Le nombre chromatique du graphe représenté ci-contre est :



- a) 4      b) 3      c) 2

8) La matrice associée au graphe ci-dessous est :



a) 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

b) 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

c) 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Exercice 2: (6 points)**

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = (x - 1)e^{-x} + 1$

Le tableau suivant donne les variations de la fonction  $g$ .

|     |           |              |           |
|-----|-----------|--------------|-----------|
| $x$ | $-\infty$ | $2$          | $+\infty$ |
| $g$ | $-\infty$ | $1 + e^{-2}$ | $1$       |

- 1) a) Calculer  $g(0)$ .  
 b) En déduire le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .
- 2) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x - xe^{-x}$ 
  - a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
  - b) Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $f'(x) = g(x)$ .
  - c) Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- 3) On désigne par  $(C_f)$  la représentation graphique de  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
  - a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ . Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
  - b) Montrer que la droite  $\Delta$  d'équation  $y = x$  est une asymptote à  $(C_f)$  au voisinage de  $+\infty$ .
  - c) Étudier suivant les valeurs de  $x$  la position de la droite  $\Delta$  et de la courbe  $(C_f)$ .
  - d) Tracer la courbe  $(C_f)$  et la droite  $\Delta$ .

- 4) Soit  $\alpha$  un réel strictement positif.
- a) Calculer en fonction de  $\alpha$ , l'aire  $\mathcal{A}(\alpha)$  de la partie du plan limitée par la courbe  $(C_f)$ , la droite  $\Delta$  et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = \alpha$ .
- b) Calculer  $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \mathcal{A}(\alpha)$ .

**Exercice 3: (5 points)**

Un bijoutier fabrique pendant une semaine 12 bracelets en or, en trois modèles  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$ . Il dispose de 150g d'or pour la fabrication de ces bracelets d'un coût total de 7900 DT. De plus, la masse et le coût de fabrication d'un bracelet de chacun des trois modèles sont donnés dans le tableau suivant :

| Type de bracelet                                 | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ |
|--|-------|-------|-------|
| Le coût de fabrication d'un bracelet (en dinars) | 500   | 600   | 1000  |
| Masse d'un bracelet (en grammes)                 | 10    | 10    | 20    |

On se propose de déterminer le nombre de bracelets fabriqués de chaque modèle.

- 1) Justifier que le problème revient à résoudre le système suivant.

$$(S) : \begin{cases} 500x + 600y + 1000z = 7900 \\ 10x + 10y + 20z = 150 \\ x + y + z = 12 \end{cases}$$

- 2) On pose :

$$A = \begin{pmatrix} 500 & 600 & 1000 \\ 10 & 10 & 20 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 40 & 200 \\ 1 & -50 & 0 \\ 0 & 10 & -100 \end{pmatrix}$$

- a) Calculer  $AB$ , en déduire la matrice  $A^{-1}$  inverse de  $A$ .
- b) On pose  $U$  et  $V$  les matrices colonnes suivantes :

$$U = \begin{pmatrix} 7900 \\ 150 \\ 12 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad V = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Vérifier que  $AV = U$  est équivalente à  $V = \frac{1}{100}BU$ .

- c) Déterminer alors le nombre de bracelets fabriqués pour chacun des modèles  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$ .

**Exercice 4: (5 points)**

Le nombre de postes de télévision vendus dans un magasin au cours d'une semaine définit un aléa numérique  $X$  dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

|       |     |     |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x_i$ | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
| $p_i$ | 0,1 | 0,1 | 0,2 | 0,2 | 0,3 | 0,1 |

- 1) Calculez l'espérance mathématique de  $X$ .
- 2) Le bénéfice réalisé pour la vente d'un poste est 80 dinars.  
On désigne par  $Y$  l'aléa numérique donnant le bénéfice réalisé par le magasin, pendant une semaine, pour la vente de postes de télévision.
  - a) Donnez la loi de probabilité de  $Y$ .
  - b) Quel est le bénéfice moyen réalisé par le magasin pour la vente de postes de télévision pendant une semaine ?
- 3) Tous les postes de télévision sont garantis pour deux ans. La probabilité pour qu'un poste de télévision n'ait pas de panne pendant la période de garantie est 0,9.  
On suppose, durant une semaine, que les cinq postes de télévision sont vendus.  
Calculer la probabilité qu'un seul poste tombe en panne pendant la période de garantie.