REPUBLIQUE TUNISIENNE ◈◈◈ MINISTERE DE L'EDUCATION	EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2012		
	Epreuve : MATHEMATIQUES	Durée : 3h	COEFFICIENT : 3
SECTION : Sciences de l'Informatique		SESSION DE CONTRÔLE	

Exercice 1 (4.5 points)

On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2 = 0$.

1) a) En remarquant que $z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2 = (z^4 - 2z^3 + 2z^2) + (z^2 - 2z + 2)$, montrer que l'équation (E) est équivalente à $(z^2 + 1)(z^2 - 2z + 2) = 0$.
b) Résoudre l'équation (E).

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on désigne par A, B, C et D les points d'affixes respectives i, $-i$, $1 - i$ et $1 + i$.
a) Placer les points A, B, C et D.
b) Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

Exercice 2 (5 points)

Une urne contient huit jetons indiscernables au toucher répartis comme suit :

- trois jetons portant le nombre -1,
- deux jetons portant le nombre 0,
- trois jetons portant le nombre 1.

L'épreuve consiste à tirer au hasard et simultanément deux jetons de l'urne.

1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « La somme des nombres inscrits sur les jetons tirés est égale à 0 »
B : « Les jetons tirés portent deux nombres distincts »
C : « Les jetons tirés portent deux nombres distincts sachant que leur somme est égale à 0 »

2) On considère la variable aléatoire X définie par la somme des nombres inscrits sur les jetons tirés.
a) Déterminer la loi de probabilité de X.
b) En déduire $p(X > 0)$.

Exercice 3 (4,5 points)

1) On considère dans $\mathbb{Z}\text{x}\mathbb{Z}$, l'équation (E) : $2x - 7y = 3$

a) Montrer que si (x, y) est solution de (E) alors y est impair.

b) En déduire que toute solution de (E) est de la forme $(7k+5, 2k+1)$ où $k \in \mathbb{Z}$.

c) Donner, alors, l'ensemble des solutions de (E).

2) Dans un site web de vente en ligne, les références des articles sont toutes des nombres à quatre chiffres. Le chiffre des unités est le reste de la division euclidienne par 7 du nombre composé des trois autres chiffres (Par exemple 863= 7x 123 + 2 donc le nombre 8632 peut être la référence d'un article).

Soit p un chiffre tel que le nombre p795 est une référence d'un article.

a) Montrer que le nombre p79 est congru à 2p+2 modulo 7.

b) En déduire qu'il existe un entier relatif y tel que $2p - 7y = 3$.

c) Déterminer alors p.

Exercice 4 (6 points)

1) Soit la fonction g définie sur IR par $g(x) = (x-1)\,e^{x}+1$.

a) Etudier le sens de variation de g.

b) Calculer g(0) et en déduire le signe de g(x) sur IR.

2) On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = (x-2)\,e^{x}+x+3$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, (l'unité graphique est 1cm).

a) Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = g(x)$ puis en déduire le sens de variation de f.

b) Montrer que f réalise une bijection de IR sur IR.

c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans IR une seule solution α et que $-2{,}7 < \alpha < -2{,}6$.

3) a) Montrer que la droite D d'équation $y = x+3$ est une asymptote à (C) au voisinage de $-\infty$.

b) Etudier la position relative de (C) et D.

c) Montrer que (C) admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.

4) a) Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion I dont on donnera les coordonnées.

b) Tracer D, (C) et la courbe représentative de la fonction réciproque de f notée (C').