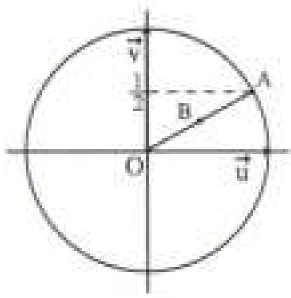
REPUBLIQUE TUNISIENNE ◆◆◆ MINISTERE DE L'EDUCATION	EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2012		
	Epreuve : MATHEMATIQUES	Durée : 3 h	COEFFICIENT : 3
SECTION : Sciences Expérimentales		SESSION DE CONTRÔLE	

Le sujet comporte 4 pages. La page 4/4 est à rendre avec la copie.

EXERCICE 1 (3 points)

Répondre par vrai ou faux à chacune des propositions suivantes en justifiant la réponse .

1) $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{5}}$ est une racine cinquième de $4\sqrt{2}$.



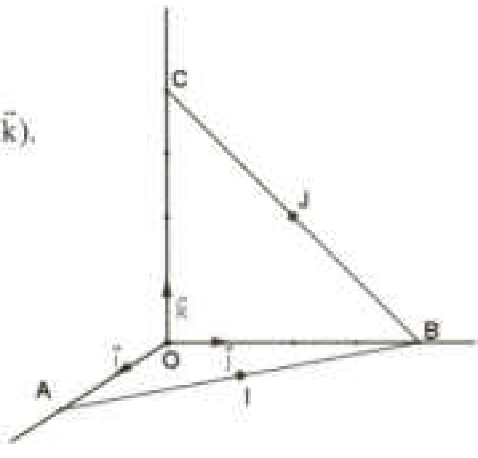
2) Dans la figure ci-contre , $(O,\vec{u},\vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan et A est un point du cercle trigonométrique d'ordonnée $\frac{1}{2}$.

Si B est le milieu du segment $[OA]$ alors l'affixe du point B est $\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{1}{4}i$.

3) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct.

Si M et N sont les points d'affixes les solutions de l'équation $4z^2-5z-(3+2i)=0$ alors l'affixe du milieu du segment $[MN]$ est un réel.

EXERCICE 2 (5 points)



L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
On considère les points $A(2,0,0)$, $B(0,4,0)$ et $C(0,0,4)$ et on désigne par I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[BC]$.

1) Déterminer les coordonnées des points I et J.

2) Soit P l'ensemble des points M de l'espace vérifiant $MI=MJ$.
   a/ Montrer que P est le plan d'équation $2x-4z+3=0$.
   b/ Montrer que la droite (OC) et le plan P sont sécants en un point K que l'on précisera.

3) Soit S l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que

$$x^2+y^2+z^2-\frac{3}{2}z-5=0.$$

a/ Montrer que S est une sphère dont on déterminera le centre et le rayon.

b/ Vérifier que les points I et J appartiennent à la sphère S.

c/ Montrer que S est la seule sphère qui passe par les points I et J et dont le centre est un point de la droite (OC).

4) Déterminer l'intersection du plan P avec la sphère S.

EXERCICE 3 (3 points)

Par un prélèvement effectué sur le tronc d'un arbre mort, on peut obtenir son âge T et sa radioactivité A. Le tableau suivant résume les résultats d'une analyse faite sur les troncs de sept arbres morts.

A	14.5	13.5	12	10.8	9.9	8.9	8
T	500	1000	2000	3000	4000	5000	6300

où A désigne la radioactivité exprimée en nombre de désintégrations par minute et par gramme de carbone et T désigne l'âge exprimé en années.

1) On pose $B=\ln A$.

Les valeurs de B arrondies à 10^{-3} prés sont données dans le tableau suivant

B	2.674	2.603	2.485	2.380	2.293	2.186	2.079
T	500	1000	2000	3000	4000	5000	6300

a/ Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre B et T et interpréter le résultat.

b/ Donner l'équation de la droite de régression de T en B.

2) Au cours de l'année 2000, on a retrouvé des arbres abattus par la chute d'un météorite (fragment minéral provenant de l'espace). Leur radioactivité A est de 6.8 désintégrations par minute et par gramme de carbone.

Donner une estimation de l'année de la chute du météorite.

EXERCICE 4 (6 points)

Dans l'annexe ci-jointe on a représenté, dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, la courbe C_f de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{e^x+x+2}{e^x+1}$.

1) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ et tracer l'asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$.

2) a/ Vérifier que pour tout réel x, $f(x)=x+2-\dfrac{xe^x+e^x}{e^x+1}$.

b/ En déduire que C_f admet au voisinage de $-\infty$ une asymptote Δ qu'on précisera.

c/ Etudier la position relative de la courbe C_f et l'asymptote Δ puis tracer Δ.

3) Montrer que pour tout réel x, $f'(x)=\dfrac{1-xe^{x}}{(e^{x}+1)^{2}}$.

4) Soit α l'abscisse du point A de la courbe C_f où la tangente est horizontale.

a/ Vérifier que α est différent de 0.

b/ Montrer que $e^{\alpha}=\dfrac{1}{\alpha}$ puisque $f(\alpha)=\alpha+1$.

c/ Construire alors le point A et la tangente à la courbe C_f au point A.

5) Soit h la restriction de f à l'intervalle $[\alpha,+\infty[$.

a/ Montrer que h réalise une bijection de l'intervalle $[\alpha,+\infty[$ sur un intervalle que l'on précisera.

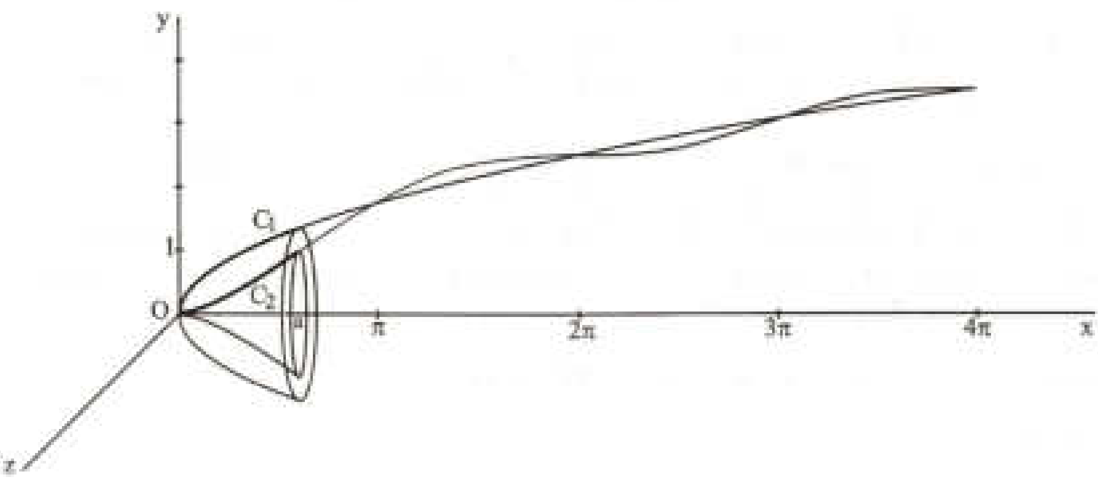
b/ Tracer la courbe de h^{-1} dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

EXERCICE 5 (3 points)

Dans la figure ci-dessous on a représenté, dans un repère orthonormé, les fonctions f et g définies sur $[0,4\pi]$ par $f(x)=\sqrt{x}$ et $g(x)=\sqrt{x-\sin x}$.

Soit a un réel de l'intervalle $]0,4\pi]$, $C_1=\{M(x,y)$ tels que $y=f(x)$ et $x\in[0,a]\}$

et $C_2=\{M(x,y)$ tels que $y=g(x)$ et $x\in[0,a]\}$.



On désigne par υ_1 le volume engendré par la rotation de C_1 autour de (Ox) et par υ_2 le volume engendré par rotation de C_2 autour de (Ox).

1) Montrer que $\upsilon_1=\dfrac{\pi}{2}a^2$.

2) Montrer que $\upsilon_2=\upsilon_1+\pi(\cos a-1)$.

3) a/ Montrer que, pour tout $a\in]0,4\pi]$, $\upsilon_2\le\upsilon_1$.

b/ Pour quelles valeurs de a, a-t-on $\upsilon_2=\upsilon_1$?

Annexe à rendre avec la copie