Examen du baccalauréat (Juin 2012)	Epreuve : MATHEMATIQUE
Section : Sciences Techniques	Session de contrôle

Exercice 1

1)a)	1)b)	2)a)	2)b)
Vrai	Vrai	Faux	Vrai

Exercice 2

1/ $z^2-(4+e^{i\theta})z+2(2+e^{i\theta})=0$

$\Delta=\left[-(4+e^{i\theta})\right]^2-8(2+e^{i\theta})=\left(e^{i\theta}\right)^2$

$z'=2$ et $z''=2+e^{i\theta}$ $\boxed{S_{\mathbb{C}}=\{2,2+e^{i\theta}\}}$

On peut aussi remarquer que l'équation est de la forme $z^2-Sz+P=0$, $S=2+(2+e^{i\theta})$ et $P=2(2+e^{i\theta})$;

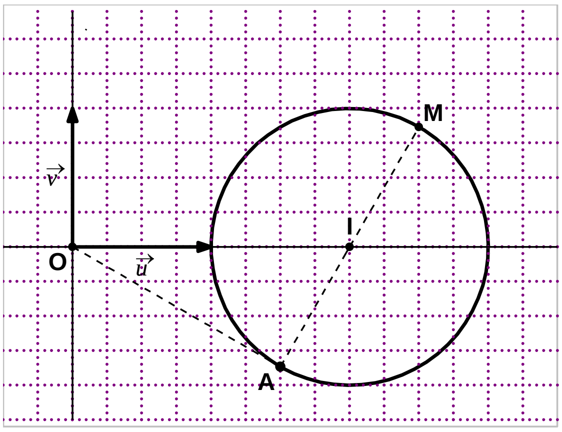
2/ IM= $|z_M-2|=|e^{i\theta}|=1$

D'où : $\boxed{M\in(\Gamma)}$

3/

a/ $IA=|z_A-2|=\left|-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right|=\left|e^{-i\frac{2\pi}{3}}\right|=1$ donc $\boxed{A\in(\Gamma)}$

<u>Construction du point A :</u>



b/ $\dfrac{Aff(\overrightarrow{IA})}{Aff(\overrightarrow{OA})}=\dfrac{-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{e^{-i\frac{2\pi}{3}}}{\sqrt{3}e^{-\frac{\pi}{6}}}$

$=\frac{1}{\sqrt{3}}e^{-i\frac{\pi}{2}}=\frac{-i}{\sqrt{3}}$ c'est un imaginaire pur d'où $\boxed{\text{OAI est un triangle rectangle en A}}$

c/

* OAI est rectangle en A et OAM rectangle en A donnent que I , A et M alignés.

Comme M et A appartiennent au cercle (Γ) de centre I , c'est que I est le milieu de [AM].

OAM rectangle en A ⇔ I est le milieu de [AM].

⇔ $z_M = 2z_I - z_A$ sig $2 + e^{i\theta} = 4 - \frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

⇔ $e^{i\theta} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{\pi}{3}}$

⇔ $\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$, puisque $\theta \in]0, 2\pi[$ donc $\theta = \frac{\pi}{3}$

1/ $g(x) = 1 - \frac{1}{x} + \ln x$; $x > 0$.

a/ * $\lim_{x \to 0^+} g(x) = \lim_{x \to 0^+} \left(1 - \frac{1}{x} + \ln x\right) = -\infty$

* $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

b/ $\lim_{x \to +\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{\ln x}{x}\right) = 0$

donc (C) admet une branche parabolique de direction $(O, \vec{i})$ au voisinage de $+\infty$.

c/ Les fonctions $x \mapsto \frac{1}{x}$ et $x \mapsto \ln x$ sont dérivables sur $]0 ;+\infty[$ donc g est dérivable sur $]0 , +\infty[$

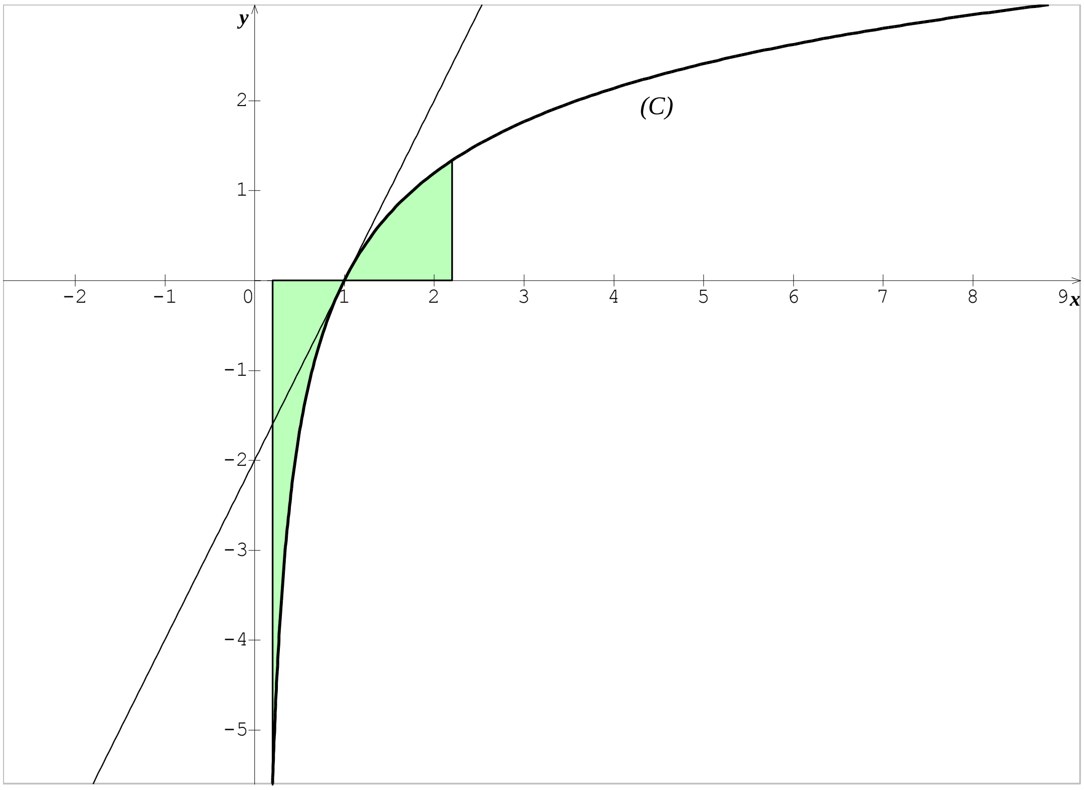
et pour tout $x > 0$, $g'(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{1+x}{x^2}$

d/ Tableau de variation de g :

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	||	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

2/a/ (T) la tangente à (C) au point A d’abscisse 1.

(T) : $y = g'(1)(x-1) + f(1)$ donc $\boxed{(T) : y = 2x - 2}$



b/

3/ $f(x) = -1 + (x-1)\ln x$; $x > 0$.

a/ * f est continue et strictement décroissante sur]0 ;1] ;

$f(]0;1]) = [-1;+\infty[$ et $0 \in [-1 ; +\infty[$. Donc l'équation $f(x) = 0$ admet

une solution unique α dans $]0;1]$.

* f est continue et strictement croissante sur $[1;+\infty[$,

$f([1;+\infty[) = [-1;+\infty[$ et $0 \in [-1 ; +\infty[$. Donc l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique

une solution β dans $]0;1]$.

Donc l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β dans $]0 ;+\infty[$.

$\left.\begin{array}{l} f(0.2) = 0.28 \\ f(0.3) = -0{,}15 \end{array}\right\}$ donc $0{,}2 < \alpha < 0{,}3$.

$\left.\begin{array}{l} f(2{,}2) = -0.05 \\ f(2.3) = 0{,}08 \end{array}\right\}$ donc $2{,}2 < \beta < 2{,}3$.

4/ a/ E surface hachurée.

b/ Pour tout $x > 0$, $f'(x) = \ln x + \frac{x-1}{x} = \ln x + 1 - \frac{1}{x} = g(x)$

c/ $\mathcal{A} = \int_\alpha^\beta |g(x)|dx$

$= \int_\alpha^1 -g(x)dx + \int_1^\beta g(x)dx$

$= \int_1^\alpha g(x)dx + \int_1^\beta g(x)dx$

d/ $\int_1^\alpha g(x)dx + \int_1^\beta g(x)dx$

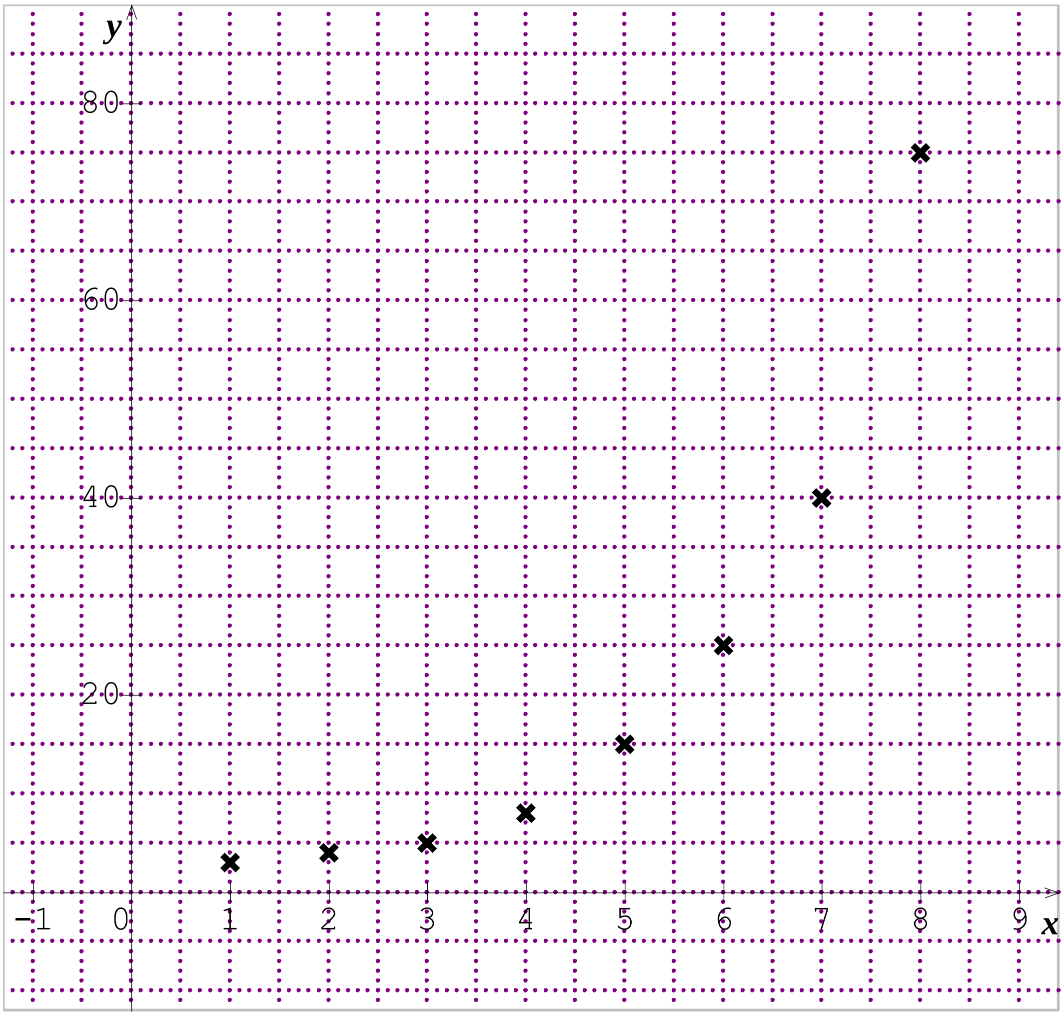
$= \int_1^\alpha f'(x)dx + \int_1^\beta f'(x)dx$

$= [f(x)]_1^\alpha + [f(x)]_1^\beta$

$= f(\alpha) - f(1) + f(\beta) - f(1)$; or $f(1) = -1$

D'où : $\boxed{\mathcal{A} = 2}$

Exercice 4



2/a/

x_i	$z_i = \ln y_i$
1	1,1
2	1,39
3	1,61
4	2,08
5	2,7
6	3,2
7	3,7
8	4,32
9	4,91

b/ $r = 0{,}99$

c/ $\Delta : z = 0{,}49\,x + 0{,}34$

d/ $z = 0{,}49\,x + 0{,}34$

donc $\ln y = 0{,}49\,x + 0{,}3$ et par suite $\boxed{y = e^{0{,}49x}\;e^{0{,}34} = 1{,}4\;e^{0{,}49x}}$

e/ Pour $x = 12$, $y = 1{,}4e^{0{,}49\times 12} = 500{,}933$

Le nombre de pages visitées, durant la douzième semaine, est estimé à 500933 pages.