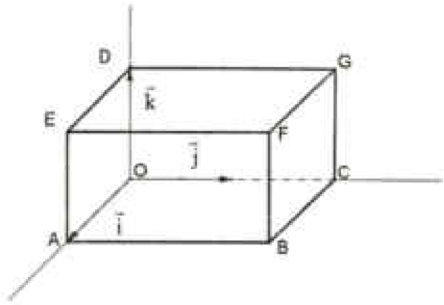
| REPUBLIQUE TUNISIENNE ◇◇◇ MINISTERE DE L'EDUCATION | EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2012 | | |
| --- | --- | --- | --- |
| | Epreuve : MATHEMATIQUES | Durée : 3h | Coefficient : 3 |
| SECTION : Sciences Techniques | | SESSION DE CONTROLE | |

Le sujet comporte 4 pages. La page 4/4 est à rendre avec la copie.

## Exercice 1 (3 points)

*Pour chacune des affirmations suivantes, répondre par « vrai » ou par « faux ».*
*Aucune justification n'est demandée.*

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.




Dans la figure ci-contre, OABCDEFG est un parallélépipède rectangle dont le sommet F a pour coordonnées $(1, 2, 1)$.

**1)** a) Le plan (DEF) a pour équation cartésienne : $z = 1$.

b) $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} \wedge \overrightarrow{OC}$.

**2)** Soit (S) la sphère de centre O et passant par D.

a) $E \in (S)$.

b) Le plan (DEF) est tangent à (S).

## Exercice 2 (6 points)

Soit $\theta$ un réel de l'intervalle $[0, 2\pi[$.

**1)** Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (4 + e^{i\theta})z + 2(2 + e^{i\theta}) = 0$.

**2)** Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points I et M d'affixes respectives $2$ et $2 + e^{i\theta}$.

Montrer que le point M appartient au cercle $(\Gamma)$ de centre I et de rayon 1.

**3)** Soit A le point d'affixe $\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

a) Vérifier que A appartient au cercle $(\Gamma)$. Construire le point A.

b) Montrer que le triangle OAI est rectangle en A.

c) En déduire la valeur de $\theta$ pour laquelle le triangle OAM est rectangle en A.

**Exercice 3 (6 points)**

**1)** Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=1-\frac{1}{x}+\ln x$. On note (C) la courbe représentative de g dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{g(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat.

c) Montrer que g est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que, pour tout $x\in]0,+\infty[$ ; $g'(x)=\frac{1+x}{x^2}$.

d) Dresser le tableau de variation de la fonction g.

**2)** a) Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe (C) au point A d'abscisse 1.

b) Tracer (T) et (C) .

**3)** Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=-1+(x-1)\ln x$ .

On donne ci-dessous le tableau de variation de f

| x | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| f | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans l'intervalle $]0,+\infty[$ exactement deux solutions notées $\alpha$ et $\beta$. ( On prendra $\alpha<\beta$)

b) Justifier que $0,2<\alpha<0,3$ et que $2,2<\beta<2,3$ .

**4)** Soit (E) la partie du plan limitée par la courbe (C) l'axe des abscisses et les droites d'équations, $x=\alpha$ et $x=\beta$. On désigne par $\mathscr{A}$ l'aire de (E).

a) Hachurer (E).

b) Vérifier que pour tout $x\in]0,+\infty[$ ; $f'(x)=g(x)$.

c) Montrer que $\mathscr{A}=\int_1^{\alpha} g(x)dx+\int_1^{\beta} g(x)dx$

d) En déduire la valeur de $\mathscr{A}$ .

**Exercice 4 (5 points)**

Le responsable d'un site internet s'intéresse au nombre de pages visitées sur son site durant chaque semaine.

Neuf semaines après le lancement de son site, le responsable relève les résultats suivants

| Rang $x_i$ de la semaine | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre $y_i$ (en milliers) de pages visitées | 3 | 4 | 5 | 8 | 15 | 25 | 40 | 75 | 135 |

**1)** Représenter dans l'annexe ci-joint le nuage de points correspondant à cette série.

**2)** Le nuage des points suggère un ajustement de type exponentielle .
On pose $z = \ln y$
**On arrondira au centième les résultats des calculs des questions a) , b) , c) et d) .**

a) Recopier et compléter le tableau suivant :

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $z_i = \ln y_i$ | | | | | | | | | |

b) Déterminer le coefficient de corrélation r de la série $(x_i, z_i)$.

c) Donner une équation de la droite $\Delta$ de régression de z en x.

d) En déduire que $y = 1,4e^{0,49\,x}$.

e) Donner alors une estimation du nombre, arrondi à l'unité, des pages visitées durant la douzième semaine.

Epreuve : Mathématiques - Section : Sciences Techniques

**Annexe (à rendre avec la feuille de copie)**