REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ●●●●● **EXAMEN DU BACCALAUREAT** SESSION **2018**	***Session principale***	
	Epreuve : **Mathématiques**	Section : ***Sciences expérimentales***
	Durée : **3h** ◆	Coefficient de l'épreuve : **3**

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4. La page 4/4 est à rendre avec la copie

Exercice 1 (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

1/ Soit le plan Q d'équation $x+y+\sqrt{2}\,z-2=0$.

Montrer que le plan Q coupe les axes $\left(O,\vec{i}\right)$, $\left(O,\vec{j}\right)$ et $\left(O,\vec{k}\right)$ respectivement aux points $A(2,0,0)$, $B(0,2,0)$ et $C\left(0,0,\sqrt{2}\right)$.

2/ Soit la sphère (S) d'équation $x^2+y^2+z^2=1$.

Montrer que le plan Q et la sphère (S) sont tangents et déterminer leur point de contact.

3/ Soit a un réel strictement positif. On considère les points $M(a,0,0)$ et $N\left(0,\frac{4}{a},0\right)$.

Déterminer en fonction du réel a, les composantes du vecteur $\overrightarrow{CM}\wedge\overrightarrow{CN}$.

4/ a) Montrer qu'une équation du plan (CMN) est $4x+a^2y+2a\sqrt{2}\,z-4a=0$.

b) Soit d la distance du point O au plan (CMN). Montrer que $d=1-\frac{(a-2)^2}{a^2+4}$.

c) En déduire la valeur du réel a pour laquelle la distance d est maximale.

5/ a) Montrer que pour tout réel $a>0$, le volume du tétraèdre OCMN est égal à $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

b) En déduire que pour tout réel $a>0$, l'aire du triangle CMN est supérieure ou égale à $2\sqrt{2}$.

c) Identifier les points M et N pour lesquels l'aire du triangle CMN est égale à $2\sqrt{2}$.

Exercice 2 (3 points)

Dans un magasin, un jeu de hasard a été organisé comme suit : le client lance un dé cubique équilibré dont une face porte la lettre G, deux faces portent la lettre R et trois faces portent la lettre D.

- Si la face supérieure du dé porte G, le client reçoit un montant de 100 DT et le jeu s'arrête.
- Si la face supérieure du dé porte R, le client ne reçoit rien et le jeu s'arrête.
- Si la face supérieure du dé porte D, le client effectue un deuxième lancer : si la face supérieure du dé au deuxième lancer porte G, le client reçoit un montant de 50 DT et si la face supérieure du dé au deuxième lancer porte l'une des lettres R ou D, le client ne reçoit rien et le jeu s'arrête.

On considère les événements suivants :

G_1 :« Le client reçoit un montant de 100 DT » et G_2 :« Le client reçoit un montant de 50 DT ».

1/ a) Déterminer $p(G_1)$, la probabilité de l'événement G_1.

b) Montrer que $p(G_2)=\frac{1}{12}$.

c) En déduire que la probabilité qu'un client reçoit un montant non nul est égale à $\frac{1}{4}$.

2/ On désigne par X la variable aléatoire qui associe le montant reçu par un client lors de sa participation à ce jeu. (X prend la valeur 0 lorsque le client ne reçoit rien).

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer E(X), le montant moyen à recevoir par un client.

3/ On suppose que 200 clients ont participé à ce jeu. On désigne par Y la variable aléatoire donnant le nombre de clients ayant reçu un montant non nul et E(Y) le nombre moyen de clients gagnants.

Déterminer, en justifiant, E(Y).

4/ Le gérant de ce magasin a prévu 1200 DT comme montant global à distribuer.

Le gérant a-t-il bien estimé ce montant ?

Exercice 3 (5 points)

1/ Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E): z^2-i\sqrt{3}z-1=0$.

(On donnera les solutions sous forme exponentielle).

2/ Pour tout $z\in\mathbb{C}$, on pose $P(z)=3z^4-7i\sqrt{3}\,z^3-18\,z^2+7i\sqrt{3}\,z+3$.

a) Vérifier que $P(i\sqrt{3})=0$ et que $P(e^{i\frac{\pi}{3}})=0$.

b) Montrer que pour tout nombre complexe non nul z, $P\left(\frac{-1}{z}\right)=\frac{1}{z^4}P(z)$.

c) En déduire que les nombres $\frac{\sqrt{3}}{3}i$ et $e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$ sont deux solutions de l'équation $P(z)=0$.

3/ Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On désigne par A , B et C les points d'affixes respectives $e^{i\frac{\pi}{3}}$, $3e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$.

a) Construire les points A ,B et C.

b) Construire le point D défini par $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}$ et donner son affixe sous la forme cartésienne.

c) La parallèle à la droite (BD) passant par A coupe la droite (OD) au point E.

Déterminer l'affixe du point E.

Exercice 4 (7 points)

Dans **la figure** de l'annexe ci-jointe, $(O,\vec{i},\vec{j})$ est un repère orthonormé du plan.

(Γ) est la courbe représentative de la fonction u définie sur $]0,+\infty[$ par $u(x) = x-1-4\ln x$,

l'axe des ordonnées est une asymptote à (Γ),

la droite $D : y = x$ est une direction asymptotique à (Γ) au voisinage de $+\infty$,

la courbe (Γ) admet une unique tangente horizontale au point d'abscisse 4,

la courbe (Γ) coupe l'axe $(O,\vec{i})$ en deux points d'abscisses respectives 1 et α.

A/ Déterminer graphiquement

1/ $u(1)$, $u(\alpha)$, $u'(4)$, $\lim\limits_{x\to 0^+} u(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} u(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{u(x)}{x}$.

2/ Les signes respectifs de $u(x)$ et $u'(x)$.

B/ On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{e^{x-1}}{x^4} - (x-1) + 4\ln x$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ a) Vérifier que pour tout $x \in]0,+\infty[$, $f(x) = e^{u(x)} - u(x)$.

b) Calculer $f(\alpha)$.

c) Montrer que $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$.

d) Montrer que $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$.

e) Donner les branches infinies de la courbe (C).

2/ a) Vérifier que pour tout $x \in]0,+\infty[$, $f'(x) = u'(x).\left(e^{u(x)} - 1\right)$.

b) Justifier que $f'(x) > 0$, si et seulement si, $x \in]1,4[\cup]\alpha,+\infty[$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

3/ a) Montrer que pour tout réel x, $e^x - 2x > 0$.

b) Déduire la position relative de (C) et (Γ).

c) Tracer dans l'annexe la courbe (C).

4/ On désigne par

$\mathcal{A}$: l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations $x = 3$, $x = 5$ et $y = 0$,

$\mathcal{A}'$: l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (Γ) et les droites d'équations $x = 3$, $x = 5$ et $y = 0$.

a) Montrer que $\mathcal{A}' = 20\ln 5 - 12\ln 3 - 14$.

b) Montrer que $\mathcal{A}' < \mathcal{A} < 2f(4)$. En déduire que $5 < \mathcal{A} < 5{,}25$.

Section : .... N° d'inscription : .... Série : ......

Nom et Prénom : ....

Date et lieu de naissance : ....

Signatures des surveillants

....

....

Épreuve: **Mathématiques** -Section: **Sciences expérimentales**-Session **principale (2018)**

Annexe à rendre avec la copie