



Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

**Exercice 1 :(5points)**

On donne les matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 8 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 9 & 3 & -3 \\ -8 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

- 1) a) Calculer  $A \times B$ .  
 b) En déduire la matrice inverse de  $A$ .
- 2) Un atelier de couture confectionne 400 pantalons, en trois modèles  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$ .  
 Il dispose d'un tissu de longueur 492 mètres (ayant une largeur fixe) pour la couture de ces pantalons avec un coût total de 5680 dinars.  
 La longueur du tissu et le coût de couture d'un pantalon de chaque modèle sont donnés Dans le tableau suivant:

Type de pantalon	$P_1$	$P_2$	$P_3$
Le coût de couture d'un pantalon (en dinars)	8	16	20
Longueur du tissu (en mètres)	1	1,2	1,6

On se propose de déterminer le nombre de pantalons cousus de chaque modèle.

a) Montrer que la situation se traduit par le système (S) :

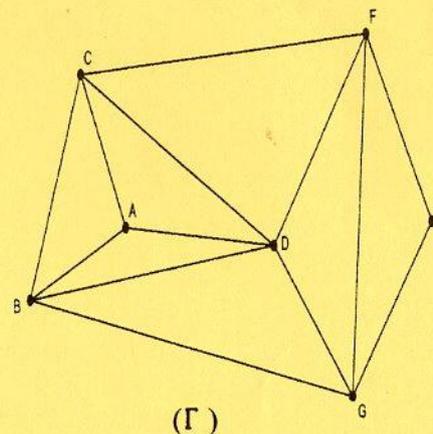
$$\begin{cases} x + y + z = 400 \\ 2x + 4y + 5z = 1420 \\ 5x + 6y + 8z = 2460 \end{cases}$$

- b) Donner l'écriture matricielle de (S).
- c) Déterminer alors le nombre de pantalons cousus de chaque modèle.

**Exercice 2 :( 5 points)**

On considère le graphe ( $\Gamma$ ) Ci-contre dont les sommets

Sont A, B, C, D, E, F et G.



1) a) Compléter le tableau suivant :

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
degré							

b) Justifier que le graphe ( $\Gamma$ ) admet une chaîne eulérienne.

c) Le graphe ( $\Gamma$ ) admet-il un cycle eulérien ? Expliquer.

2) Donner la matrice  $M$  associée à ce graphe en respectant l'ordre alphabétique.

3) a) L'une des matrices suivantes  $P$  et  $Q$  est la matrice  $M^3$ .

Indiquer laquelle en justifiant votre réponse.

$$P = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 9 & 11 & 4 & 6 & 6 \\ 9 & 8 & 12 & 12 & 4 & 7 & 11 \\ 9 & 12 & 8 & 12 & 4 & 11 & 7 \\ 11 & 12 & 12 & 12 & 4 & 12 & 12 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 2 & 6 & 6 \\ 6 & 7 & 11 & 12 & 6 & 6 & 10 \\ 6 & 11 & 7 & 12 & 6 & 10 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Q = \begin{pmatrix} 2 & 9 & 9 & 11 & 4 & 6 & 6 \\ 9 & 8 & 12 & 12 & 4 & 7 & 11 \\ 9 & 12 & 8 & 12 & 4 & 11 & 7 \\ 11 & 12 & 12 & 12 & 4 & 12 & 12 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 2 & 6 & 6 \\ 6 & 7 & 11 & 12 & 6 & 6 & 10 \\ 6 & 11 & 7 & 12 & 6 & 10 & 6 \end{pmatrix}$$

b) Déterminer le nombre de chaînes de longueur 3 joignant le sommet  $F$  au sommet  $G$ .

### Exercice 3 :(5 points)

Soit  $f$  la fonction réelle définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^x - e^{-x} + x$ .

On désigne par  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1) Montrer que la fonction  $f$  est impaire.

2) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  puis vérifier que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$  et interpréter graphiquement ce résultat.

b) Justifier que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et que  $f'(x) > 0$  pour tout réel  $x$ .

c) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

3) a) Montrer que  $O$  est un point d'inflexion pour la courbe  $(C)$ .

b) Montrer que la tangente  $T$  à la courbe  $(C)$  au point  $O$  a pour équation  $y = 3x$ .

4) a) Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $\mathbb{R}$  sur  $\mathbb{R}$ .

(On notera dans la suite par  $f^{-1}$  la fonction réciproque de  $f$  et on désignera par  $(C')$  sa courbe représentative dans le repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .)

b) Montrer que  $f^{-1}$  est dérivable en  $0$  et déterminer  $(f^{-1})'(0)$ .

5) Tracer  $(T)$ ,  $(C)$  et  $(C')$ .

**Exercice 4 : (5 points)**

Une petite entreprise commercialise des tapis et des lustres.

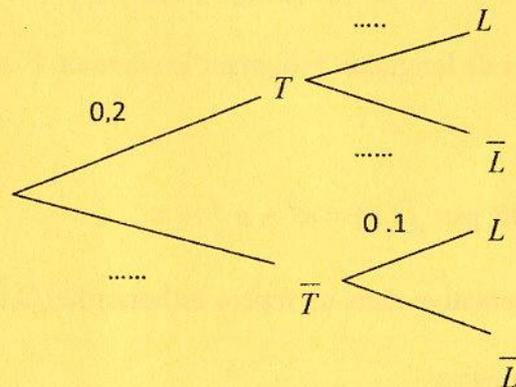
Un client quelconque se présente, il achète au plus un tapis et un lustre.

- la probabilité pour que ce client achète un tapis est 0,2.
- la probabilité pour que ce client achète un lustre sachant qu'il a acheté un tapis est 0,7.
- la probabilité pour que ce client achète un lustre sachant qu'il n'a pas acheté un tapis est 0,1.

On note par :  $T$  l'événement « le client achète un tapis »

$L$  l'événement « le client achète un lustre ».

1) a) Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant:



b) Calculer la probabilité de l'événement  $T \cap L$ .

c) Montrer que la probabilité de l'événement  $L$  est égale à 0,22.

d) Calculer la probabilité pour que le client achète un tapis ou un lustre.

2) Le prix d'un tapis est 150 dinars et celui d'un lustre est 50 dinars.

Soit  $X$  la variable aléatoire prenant pour valeur la dépense d'un client.

a) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de  $X$ :

$x_i$ : Dépense (en dinars)	0	50	150	200
$P_i$ : probabilité				

b) Calculer l'espérance mathématique de  $X$  et donner une interprétation de la valeur ainsi trouvée.