

RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2019	Session principale	
	Épreuve : Mathématiques	Section : Économie et Gestion
	 Durée : 2h	Coefficient de l'épreuve: 2

⌘ ⌘ ⌘ ⌘ ⌘ ⌘

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

La page 4 / 4 est à rendre avec la copie

Exercice 1 : (4,5 points)

On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 3 & -1 & 5 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -2 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 1) a) Calculer le déterminant de A et déduire que la matrice A est inversible.
- b) Calculer la matrice $A \times (B - 2I_3)$ puis déduire la matrice inverse de A.

2) Soit dans \mathbb{R}^3 le système (S) :

$$\begin{cases} 4x - 2y + 6z = 1 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ -x + y - 3z = 1 \end{cases}$$

- a) Existe-t-il un réel α pour que le triplet $(\alpha, \alpha, 0)$ soit une solution de (S) ? Justifier votre réponse.
- b) Montrer que :

$$(a, b, c) \text{ est solution de (S) si et seulement si } \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ -1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- c) Résoudre alors dans \mathbb{R}^3 le système (S).

Exercice 2 : (4,5 points)

Dans le tableau suivant on donne l'évolution du prix moyen (**en millimes**) d'un litre d'essence sans plomb entre les années 2009 et 2017.

année	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Prix moyen y_i	1270	1320	1370	1420	1490	1570	1640	1670	1750

- 1) a) Représenter le nuage de points de la série statistique $(x_i ; y_i)$ dans l'annexe ci-jointe.
 - b) Justifier que ce nuage permet d'envisager un ajustement affine.
 - c) Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer.
- 2) a) Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation cartésienne de la droite de régression D de y en x.
 - b) Tracer la droite D.
 - c) En utilisant cet ajustement, estimer le prix moyen d'un litre d'essence sans plomb pour l'année 2023.

Exercice 3 : (6 points)

Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = (x-1)\ln x$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.
 - b) calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis vérifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ et interpréter graphiquement ce résultat.
- 2) Justifier que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que $f'(x) = \ln x + \frac{x-1}{x}$ pour tout $x \in]0, +\infty[$.
- 3) a) Montrer que $\ln x$ et $\frac{x-1}{x}$ sont de même signe sur chacun des intervalles $]0, 1[$ et $]1, +\infty[$.
 - b) Dresser alors le tableau de variations de f .
- 4) Tracer la courbe (C).
- 5) Soit la fonction F définie sur $]0, +\infty[$ par $F(x) = \left(\frac{x^2}{2} - x\right)\ln x - \frac{x^2}{4} + x$.
 - a) Montrer que F est une primitive de f sur $]0, +\infty[$.
 - b) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$.

Exercice 4 : (5points)

Soit la suite réelle (u_n) définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} u_0 = 0, \\ u_{n+1} = \frac{2}{1+u_n} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

1) a) Calculer u_1 et u_2 et en déduire que la suite (u_n) n'est pas monotone.

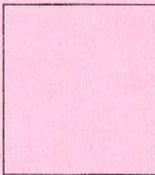
b) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq 2$.

2) Soit la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $-\frac{1}{2}$ et déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{1 + 2v_n}{1 - v_n}$.

c) En déduire que la suite (u_n) est convergente.

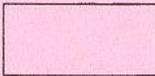


Section : N° d'inscription : Série :

Signatures des surveillants
.....
.....

Nom et Prénom :

Date et lieu de naissance :



Épreuve: Mathématiques - Section : Économie et Gestion
Session principale (2019)

Annexe à rendre avec la copie

