RÉPUBLIQUE TUNISIENNE **MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION** **EXAMEN DU BACCALAURÉAT** SESSION **2019**	**Session de contrôle**	
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Sciences expérimentales**
	Durée : **3h**	Coefficient de l'épreuve: **3**

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Une primitive de la fonction f définie sur $]-\infty,0[$ par $f(x)=\dfrac{x+1}{x}$ est :

a) $F(x) = x + \ln(x) - 1$ b) $F(x) = x+1+\ln(-x)$ c) $F(x) = \ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$

2) Soit f une fonction strictement positive, paire et continue sur $[-1,1]$.

Soit $I=\int_0^1 f(x)dx$, alors

a) $\int_{-1}^{1}(f(x))^2\,dx = I^2$ b) $\int_0^{-1} f(x)dx = -I$ c) $\int_0^{-1} f(x)dx = I$

3) Soit la suite (U_n) définie sur IN par $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = 2U_n^2$. Alors

a) (U_n) est géométrique b) $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = \dfrac{1}{2}$ c) $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = +\infty$

4) Le tableau ci-dessous donne les résultats d'un sondage effectué dans une population de 100 individus.

	Fumeurs	Non fumeurs
Hommes	15	35
Femmes	10	40

i) Si l'on interroge au hasard l'un d'entre eux, la probabilité que ce soit un non fumeur sachant que c'est un homme est :

a) 0,7 b) 0,35 c) 0,66

ii) Si l'on interroge au hasard l'un d'entre eux, la probabilité que ce soit une femme non fumeur est :

a) 0,2 b) 0,8 c) 0,4

Exercice 2 (4 points)

1) a) Vérifier que $(3+2i)^2 = 5+12i$.

b) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_1): $z^2+iz+1+3i=0$.

c) En déduire les solutions de l'équation (E_2) : $z^2-iz+1-3i=0$.

2) Déduire alors l'ensemble des solutions, dans $\mathbb{C}$, de l'équation

(E): $z^4+3z^2+6z+10=0$.

3) Dans le plan complexe, muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives 1+2i ,1-2i , -1-i et -1+i .

a) Placer les points A, B, C et D dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

b) Montrer que ABCD est un trapèze.

c) Calculer l'aire de ce trapèze.

Exercice 3 (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soit $\mathcal{S}$ l'ensemble des points $M(x,y,z)$ tels que $x^2+y^2+z^2-2x+4y+4z+5=0$.

On désigne par P le plan d'équation $x-2y+2z+1=0$.

1) a) Montrer que $\mathcal{S}$ est la sphère de centre $\Omega(1,-2,-2)$ et de rayon R = 2.

b) Montrer que l'intersection de $\mathcal{S}$ et P est un cercle $\mathcal{C}$ de centre $K\left(\frac{7}{9},-\frac{14}{9},-\frac{22}{9}\right)$

et dont on déterminera le rayon r.

2) Vérifier qu'une représentation paramétrique de la droite $(K\Omega)$ est

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t \ ; \ t\in\mathbb{R} \\ z=-2+2t \end{cases}$$

3) Soit $I(\alpha,\beta,\gamma)$ un point de la sphère $\mathcal{S}$ et $\mathcal{Q}$ le plan tangent en I à $\mathcal{S}$.

a) Montrer qu'une équation du plan $\mathcal{Q}$ est

$$(\alpha-1)x+(\beta+2)y+(\gamma+2)z-\alpha+2\beta+2\gamma+5=0 .$$

b) Vérifier que $N(-1,2,-6)$ est un point de $(K\Omega)$.

c) Montrer alors que tous les plans $\mathcal{Q}$ tangents à $\mathcal{S}$ en un point de $\mathcal{C}$ passent par N.

Exercice 4 (7 points)

1) On considère la fonction g définie sur $]-1;+\infty[$ par $g(x)=(x+1)\ln(x+1)+\frac{x}{2}$.

a) Montrer que $\lim\limits_{x\to -1^+}(x+1)\ln(x+1)=0$.

b) Vérifier que pour tout $x>-1$, $g'(x)=\ln(x+1)+\frac{3}{2}$.

c) Dresser le tableau de variations de g .

d) Calculer $g(0)$ et en déduire le signe de $g(x)$ sur $]-1;+\infty[$.

2) On considère la fonction f définie sur $]-1;+\infty[$ par $f(x)=x^2\ln(x+1)$.

On désigne par **(C)** sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{f(x)}{x}$ .Interpréter graphiquement le résultat.

b) Déterminer la limite de f à droite en -1. Interpréter graphiquement le résultat.

c) Montrer que $f'(x)=\frac{2x}{x+1}g(x)$, pour tout $x>-1$.

d) Dresser le tableau de variations de f.

e) Construire la courbe **(C)**. (On précisera la tangente au point O).

Dans la suite de l'exercice, on pose pour tout entier $n\geq 1$, $I_n=\int_0^1 x^n\ln(x+1)dx$.

3) a) Vérifier que $\frac{x^2}{1+x}=x-1+\frac{1}{1+x}$, pour tout $x\neq -1$.

b) En déduire, à l'aide d'une intégration par parties, que $I_1=\frac{1}{4}$.

4) a) Vérifier que la fonction $x\mapsto (x+1)\ln(x+1)-x$ est une primitive sur $]-1;+\infty[$ de la fonction $x\mapsto \ln(x+1)$.

b) Montrer que $(n+2)I_{n+1}=-1+2\ln 2+\frac{n+1}{n+2}-(n+1)I_n$.

c) Préciser la valeur de I_2 et interpréter graphiquement cette valeur.