RÉPUBLIQUE TUNISIENNE **MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION** **EXAMEN DU BACCALAURÉAT** SESSION **2019**	**Session principale**	
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Sciences Techniques**
	Durée : **3h**	Coefficient de l'épreuve: **3**

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4. <u>La page 4/4 est à rendre avec la copie.</u>

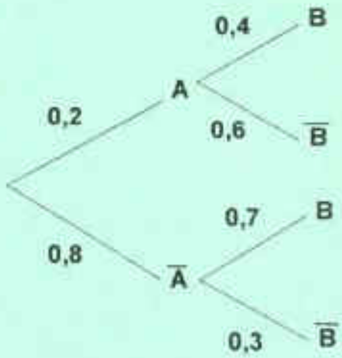
<u>Exercice 1</u> (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

I) Soit Ω un univers fini, $\mathscr{P}(\Omega)$ l'ensemble des parties de Ω et p une probabilité sur $\mathscr{P}(\Omega)$.

Soit A et B deux évènements.

On considère l'arbre de probabilité ci-contre:



1) Dans cet arbre, le réel 0,4 désigne :

a) $p(B)$ b) $p(B \setminus A)$ c) $p(B \cap A)$

2) $p(\overline{B})$ est égale à :

a) 0,9 b) 0,18 c) 0,36

II) 1) Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = ne^{-n+1}$.

$\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ est égale à :

a) 0 b) $+\infty$ c) e

2) Soit x est un réel et (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $v_n = \left(\frac{-x}{2}\right)^n$.

$\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 0$ si :

a) $x > 2$ b) $-2 < x < 2$ c) $x < -2$

<u>Exercice 2</u> (5 points)

1) Soit, dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E): z^2 - \left(1 + i\sqrt{3}\right)(1-i)z + 2\sqrt{3} = 0$.

a) Vérifier que $(1-i)$ est une solution de l'équation (E).

b) Déduire l'autre solution de l'équation (E).

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 1 - i$, $z_B = \sqrt{3} + i\sqrt{3}$ et $z_C = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$.

a) Donner la forme exponentielle de chacun des nombres complexes z_A et $\left(1+i\sqrt{3}\right)$.

b) Vérifier que $z_B = \left(i\sqrt{3}\right)z_A$.

c) Déduire que $z_A + z_B = z_C$.

d) Montrer que le quadrilatère OACB est un rectangle.

e) Dans la **figure 1** de l'annexe on a placé le point B. Placer le point A et construire le point C.

3) Soit I le centre du rectangle OACB et G le centre de gravité du triangle OAI.

a) Montrer que $z_G = \frac{1}{3}(z_I + z_A)$.

b) Montrer que $z_G = \frac{\sqrt{3}}{6}\left(\sqrt{3}+i\right)z_A$.

c) Déduire la forme exponentielle de z_G.

<u>**Exercice 3**</u> **(5 points)**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(2,-2,2)$, $B(2,0,0)$ et $C\left(\frac{6}{5},0,\frac{2}{5}\right)$.

1) a) Montrer que ABC est un triangle rectangle en C.

b) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $x+2y+2z-2=0$

2) Soit Δ la droite perpendiculaire au plan (ABC) en A.

a) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite Δ.

b) On considère le plan P dont une équation cartésienne est : $4x+8y-z-8=0$.

Montrer que la droite Δ coupe le plan P au point $I(3,0,4)$.

c) Soit S la sphère tangente au plan (ABC) en A et dont le centre appartient au plan P.

Montrer que la sphère S a pour centre le point I puis calculer son rayon R.

3) a) Montrer que le triangle CIB est rectangle en C.

b) Soit J le milieu du segment $[IB]$.

Montrer que les points I, B, A et C appartiennent à la sphère S' de centre J et de rayon $\frac{IB}{2}$.

c) Montrer que la sphère S' coupe le plan (ABC) suivant le cercle de diamètre $[AB]$.

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=e^{-x+1}-e^{x-3}$. On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Dans la **figure 2** de l'annexe on a tracé la courbe (C') de la fonction f', dérivé de f, qui admet une seule tangente horizontale celle au point de coordonnées $(2,-2e^{-1})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter les résultats.

   b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter les résultats.

2) a) Déterminer $f'(x)$ pour $x\in\mathbb{R}$.

   b) Dresser le tableau de variations de la fonction f.

   c) Calculer $f(2)$ et déduire le signe de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

3) a) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a $f''(x)=f(x)$.

   b) Déduire que le point $I(2,0)$ est un point d'inflexion de la courbe (C).

   c) Montrer que la tangente T à la courbe (C) au point I a pour équation cartésienne $y=-2e^{-1}x+4e^{-1}$ et vérifier que le point de coordonnée $(3,-2e^{-1})$ est un point de T.

4) a) Montrer que la courbe (C) est au dessus de la courbe (C')

   b) Tracer la droite T et la courbe (C).

5) Soit λ un réel strictement positif. On désigne par A_λ l'aire, en u.a, de la partie du plan limitée par les courbes (C) et (C') et les droites d'équations $x=0$ et $x=\lambda$.

   a) Calculer A_λ.

   b) Déterminer alors $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A_\lambda$.

Section : .... N° d'inscription : .... Série : ....

Nom et Prénom : ....

Date et lieu de naissance : ....

Signatures des surveillants

....

....

Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences Techniques - Session principale (2019)

Annexe à rendre avec la copie

Figure 1

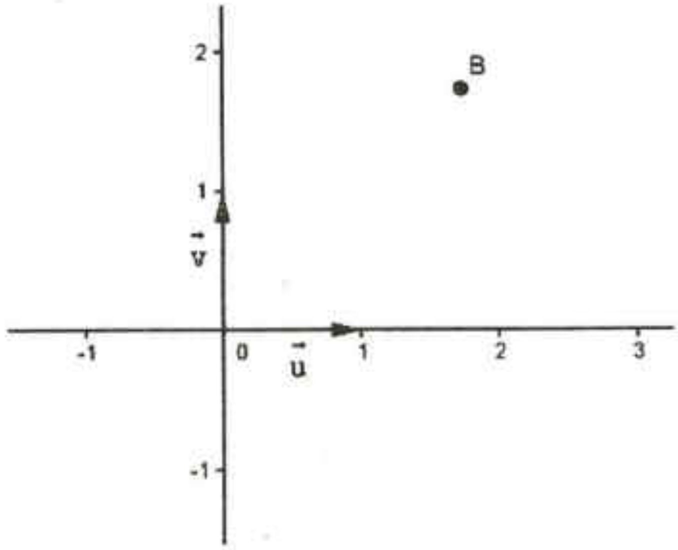


Figure 2