

<b>RÉPUBLIQUE TUNISIENNE</b>  <b>MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION</b>	<b>EXAMEN DU BACCALAURÉAT</b>	Session principale	<b>2024</b>
	Épreuve : <b>Mathématiques</b>	Section : <b>Sport</b>	
	Durée : <b>2h</b>	Coefficient de l'épreuve : <b>1</b>	

N° d'inscription

Le sujet comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3  
La page 3/3 est à rendre avec la copie

### Exercice 1 (6pts)

I. Un sac contient cinq jetons numérotés 0, 1, 1, 2, 2.

On tire simultanément deux jetons du sac. Déterminer les probabilités des évènements suivants :

- 1) A : « la somme des deux numéros marqués sur les deux jetons est égale à 1 ».
- 2) B : « la somme des deux numéros marqués sur les deux jetons est égale à 2 ».
- 3) C : « la somme des deux numéros marqués sur les deux jetons est égale à 4 ».

II. Soit X une variable aléatoire ayant la loi de probabilité suivant :

$X=x_i$	1	2	3	n
$P(X=x_i)$	0,2	0,3	p	0,1

- 1) Justifier que  $p = 0,4$ .
- 2) On donne l'espérance mathématique de X :  $E(X) = 2,4$ . Déterminer la valeur de n.
- 3) Montrer que la variance  $V(X) = 0,84$ .

### Exercice 2 (7pts)

Dans l'annexe ci-jointe, on a tracé, dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , la courbe représentative  $(\xi)$  d'une fonction f définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  ainsi que sa tangente (T) au point A(1, 1).

- L'axe des abscisses est une asymptote à  $(\xi)$  au voisinage de  $(-\infty)$ .
- La courbe  $(\xi)$  admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées.

1) En utilisant le graphique et les données :

a) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ .

b) Déterminer  $f(1)$  et justifier que  $f'(1) = 1$ .

c) Dresser le tableau de variation de f.



2) Dans la suite, on suppose que :  $f(x) = e^{ax+b}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{R}$ .

a) Exprimer  $f'(x)$  à l'aide de  $a$  et  $b$ .

b) En utilisant les résultats de la question 1) b), justifier que  $a + b = 0$  et que  $a \cdot e^{a+b} = 1$ .

c) Conclure que  $f(x) = e^{x-1}$ .

3) a) Justifier que la fonction  $f$  réalise une bijection de  $\mathbb{R}$  sur  $]0, +\infty[$ . On note  $f^{-1}$  sa fonction réciproque.

b) Construire la courbe  $(\xi')$  de  $f^{-1}$  dans le repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  de la feuille annexe.

c) Montrer que la fonction  $f^{-1}$  est définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f^{-1}(x) = \ln(ex)$ .

4) On désigne par  $D$  le domaine du plan limité par  $(\xi)$ ,  $(\xi')$ , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation  $x = 1$ . On note  $A$  l'aire de  $D$ , exprimée en unité d'aire (u.a).

a) Hachurer  $D$ .

b) Montrer que  $\int_0^1 (f(x) - x) dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{e}$ .

c) Dédire que  $A = 1 - \frac{2}{e}$ .

### Exercice 3 (7pts)

On donne la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} U_0 = -3 \\ U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n - 3 \end{cases} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

1) a) Calculer  $U_1$  et  $U_2$ .

b) Montrer que la suite  $(U_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) a) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_n \geq -9$ .

b) Justifier que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_{n+1} - U_n = -\frac{1}{3}(U_n + 9)$ .

c) Montrer que la suite  $(U_n)$  est décroissante.

d) En déduire que la suite  $(U_n)$  est convergente et calculer sa limite.

3) Soit  $(V_n)$  la suite définie par  $V_n = -\frac{1}{3}U_n - 3$ ; pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

a) Montrer que la suite  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{2}{3}$  et de premier terme  $V_0$  qu'on précisera :

b) Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

c) En déduire que  $U_n = 6\left(\frac{2}{3}\right)^n - 9$ . Retrouver  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ .



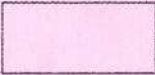


Section : ..... N° d'inscription : ..... Série : .....

Nom et Prénom : .....

Date et lieu de naissance : .....

Signatures des surveillants  
.....  
.....



**Épreuve: Mathématiques - Section : Sport**  
**Session principale (2024)**  
**Annexe à rendre avec la copie**

