| RÉPUBLIQUE TUNISIENNE<br>MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION | EXAMEN DU BACCALAURÉAT | Session de contrôle 2023 |
|---|---|---|
| | Épreuve : **Mathématiques** | Section : **Sport** |
| | Durée : **2h** | Coefficient de l'épreuve : **1** |

N° d'inscription

**Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.**

**La page 4/4 est à rendre avec la copie.**

## Exercice n°1 ( 6 points)

Une urne contient cinq boules indiscernables au toucher dont trois portent le nombre 0, une porte le nombre 1 et une porte le nombre $-1$ .

On tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne et on considère les évènements suivants :

A : « obtenir deux boules qui portent le nombre 0 ».

B : « Obtenir au moins une boule qui porte le nombre 0 ».

1) Calculer $p(A)$ et $p(B)$.

2) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage, associe la somme des nombres portés par les deux boules tirées.

   a) Justifier que les valeurs prises par $X$ sont $-1$ , 0 et 1.

   b) Montrer que $p(X=0)=\frac{4}{10}$ .

   c) Déterminer la loi de probabilité de $X$.

   d) Calculer $E(X)$.

**Exercice n°2 (7 points)**

Soient a et b deux nombres réels. On considère $(u_n)$ la suite réelle définie

sur $\mathbb{N}$ par : $u_{n+1} = a\ u_n + b$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $u_0 = 10$ .

1) On donne $u_1 = 5$ et $u_2 = 1$ .

a) Montrer que les réels a et b vérifient les deux équations suivantes :

$$10\,a + b = 5 \text{ et } 5\,a + b = 1\,.$$

b) Déterminer alors les réels a et b.

2) Dans la suite de l'exercice, on prend la suite $(u_n)$ définie par :

$$u_0 = 10 \text{ et } u_{n+1} = \frac{4}{5}\ u_n - 3 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}\,.$$

Montrer que la suite $(u_n)$ n'est ni géométrique ni arithmétique.

3) On considère la suite réelle $(v_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = u_n + 15$ .

a) Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique de raison $\frac{4}{5}$.

b) En déduire que pour tout entier naturel $n$ , $v_n = 25\left(\frac{4}{5}\right)^n$ .

c) Déterminer alors l'expression de $u_n$ en fonction de $n$.

d) Justifier que la limite de la suite $(u_n)$ est égale à $-15$.

**Exercice n°3 ( 7 points)**

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x+1}$.

Dans l'annexe-jointe, on a tracé dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, la courbe représentative (C) de $f$ et sa tangente T au point $E(0, e)$.

1) a)Dresser le tableau de variation de $f$.

   b) Montrer que $f$ réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $]0, +\infty[$.

2) Montrer qu'une équation de la tangente T est $y = 2e\,x + e$.

3) Soit $A$ l'aire de la partie $P$ du plan limitée par la courbe (C), la tangente T et les droites d'équations : $x = -1$ et $x = 0$.

   a) Hachurer la partie $P$.

   b) Soit $G$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $G(x) = \frac{1}{2}e^{2x+1} - ex^2 - ex$.

      Montrer que pour tout réel $x$, $G'(x) = f(x) - (2ex + e)$.

   c) En déduire que $A = G(0) - G(-1)$.

   d) Justifier alors que $A = \frac{e^2 - 1}{2e}$.

Section : .................... N° d'inscription : ................ Série : .......

Nom et Prénom : ..........................................................................

Date et lieu de naissance : ...............................................................

Signatures des surveillants

..............................

..............................

# Épreuve: Mathématiques - Section : Sport
## Session de contrôle (2023)
## Annexe à rendre avec la copie